MODELISATION ET PARAMETRAGE DES MECANISMES

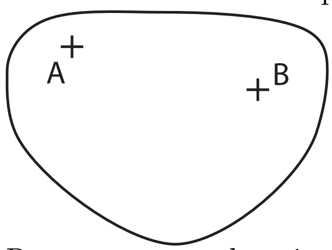
1 Définitions

1.1 Mécanisme

On appelle un mécanisme un ensemble de pièces ou solides mécaniques liés entre eux afin de réaliser une fonction.

1.2 Solide indéformable

Un solide est indéformable si quelques soient deux points A et B, la distance AB reste constante au cours du temps t.



$\forall A, B \in \mathbf{S}$ et $\forall t$: $AB = cst$

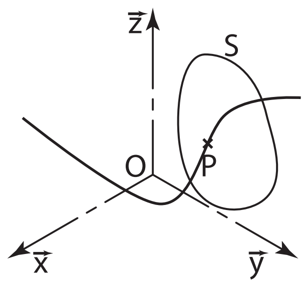
Remarque : par la suite, tout solide est considéré comme indéformable.

1.3 Position d'un point

Soit $P(t)$ un point en mouvement par rapport à un repère $\Re(O, \overrightarrow{x}, \overrightarrow{y}, \overrightarrow{z})$. Le vecteur position du point P, dans le repère $\Re$, à la date t est le vecteur :

$$\overrightarrow{OP} = x(t)\overrightarrow{x} + y(t)\overrightarrow{y} + z(t)\overrightarrow{z}$$

Le triplet (x, y, z) est appelé coordonnées cartésienne de P dans $\Re$.
L'unité de la norme de $\overrightarrow{OP}$ est le mètre, m.



1.4 Trajectoire

Au cours du mouvement, le point P décrit, par ses positions successives dans $\Re$, une courbe appelée *trajectoire*, notée $T(P/\Re)$.

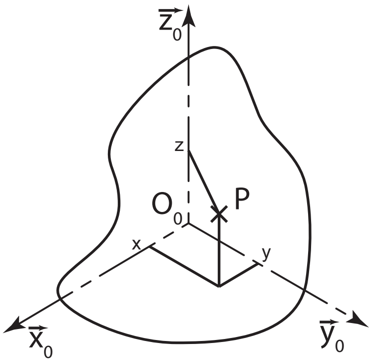
1.5 Notions de point

En mécanique, on considère deux types de points :

1. un point P appartenant à un solide S. Il est fixe par rapport à celui-ci. Soit $\Re$ le repère associé à S, alors P a des coordonnées fixes dans $\Re$.
2. un point I, dit géométrique. Il est défini par ses propriétés géométriques. Il peut être mobile dans tous les repères du mécanisme. Ses coordonnées ne sont pas constantes dans un repère considéré.

1.6 Repère associé à un solide

On associe à un solide S_0 un repère $\Re_0(O_0, \overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{z_0})$ orthonormé direct. Tout point P de S_0 est alors défini par ses coordonnées, constante par rapport au temps, dans $\Re_0$



$\overrightarrow{O_0P} = x\overrightarrow{x_0} + y\overrightarrow{y_0} + z\overrightarrow{z_0}, \forall t$

2 Mouvements d'un solide par rapport à un autre

2.1 Mouvements d'un solide dans l'espace

Considèrons un avion volant par rapport à la terre.
Ses déplacements possibles sont :

-
-
-
-
-
-

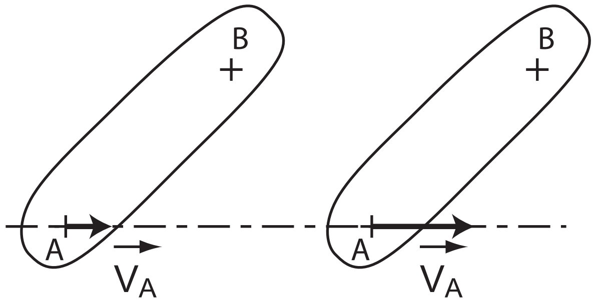
2.2 Mouvements particuliers

2.2.1 Mouvements de translation

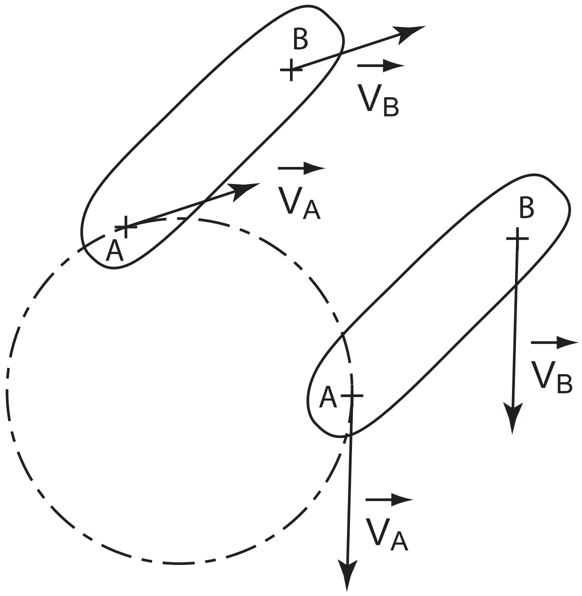
Soit S un solide dont le mouvement est décrit sans faire apparaitre de rotations par rapport à un repère $\Re_0$ de référence : l'orientation de l'objet est constante dans le temps.

Ce mouvement est appelé une translation.

Translation rectiligne :
La trajectoire de A est une droite.

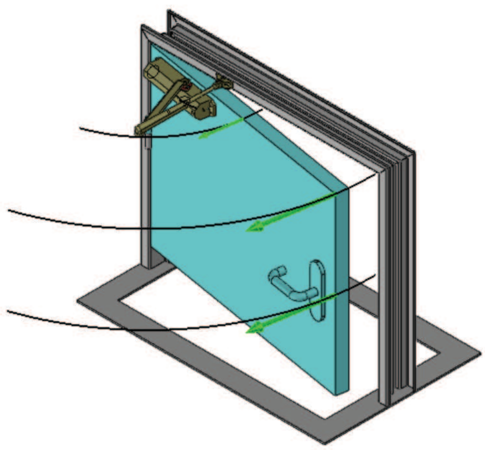


Translation circulaire :
La trajectoire de A est un cercle.



2.2.2 Mouvement de rotation autour d'un axe fixe

Soit S un solide dont le mouvement $\forall t$ est défini dans un repère de référence $\Re(O, \overrightarrow{x}, \overrightarrow{y}, \overrightarrow{z})$ par :



3 Liaison entre deux solides

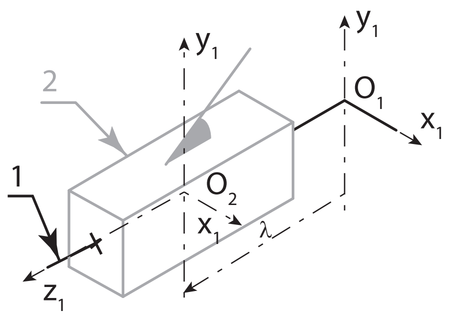
Les contacts entre deux solides limitent leurs mouvements relatifs. Le mouvement de l'un par rapport à l'autre ne peut plus se faire selon les six degrés de liberté (noté ddl).

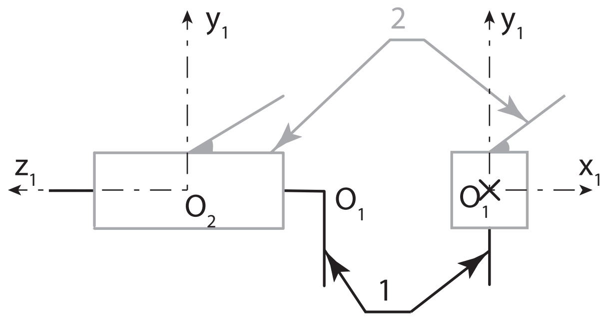
Ces contacts forment une **liaison cinématique** entre les deux solides. Une liaison a au moins 0 degrés de liberté (liaison **encastrement**) et au plus 6 degrés de libertés (liaison **libre**).

3.1 Liaison glissière

Soient deux solides S_1 fixe et S_2 mobile , et $\Re_1(O_1, \overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{z_1})$ et $\Re_2(O_2, \overrightarrow{x_2}, \overrightarrow{y_2}, \overrightarrow{z_2})$ leur repère associé. S_2 est animé d'un mouvement de translation si $B_1(\overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{z_1})$ et $B_2(\overrightarrow{x_2}, \overrightarrow{y_2}, \overrightarrow{z_2})$ restent confondues. La translation est dite rectiligne si O_2 se déplace selon une direction, par exemple $\overrightarrow{z_1}$. Alors $\overrightarrow{O_1O_2} = \lambda \overrightarrow{z_1}$. λ est le paramètre du déplacement.

On dit que S_1 et S_2 sont liés par une liaison glissière de direction $(\overrightarrow{z_1})$, symbolisé par :

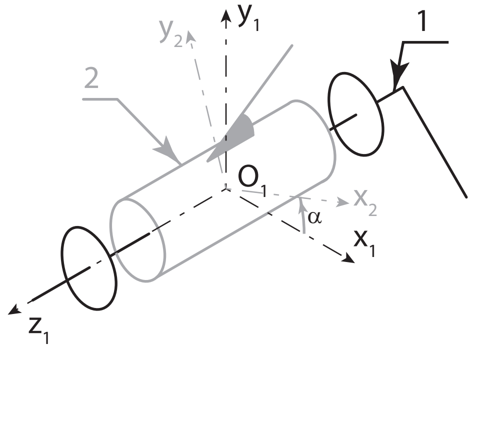


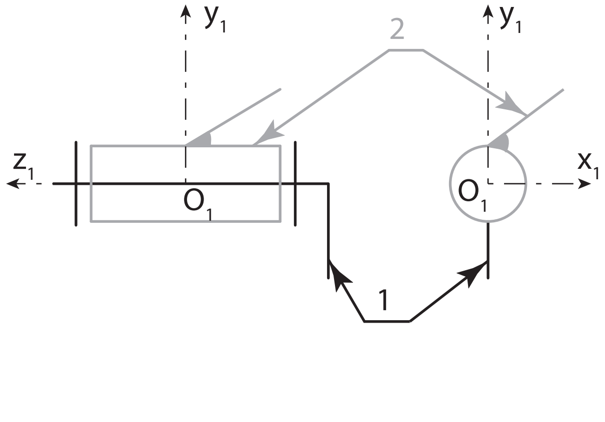


3.2 Liaison pivot

Soient deux solides S_1 fixe et S_2 mobile , et $\Re_1(O_1, \overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{z_1})$ et $\Re_2(O_2, \overrightarrow{x_2}, \overrightarrow{y_2}, \overrightarrow{z_2})$ leur repère associé. Si O_1 et O_2, d'une part, $\overrightarrow{z_1}$ et $\overrightarrow{z_2}$ d'autre part restent confonus, alors le mouvement possible entre S_1 et S_2 est une rotation des vecteurs $\overrightarrow{x_2}$ et $\overrightarrow{y_2}$ autour de l'axe $(O_1, \vec{z_1}) = (O_2, \overrightarrow{z_2})$. Elle se définit par un angle α orienté autour de $\overrightarrow{z_1}$, tel que $\alpha = (\overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{x_2}) = (\overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{y_2})$. α est appelé paramètre du déplacement.

On dit que S_1 et S_2 sont liés par une liaison pivot d'axe $(O_1, \overrightarrow{z_1})$, symbolisé par :

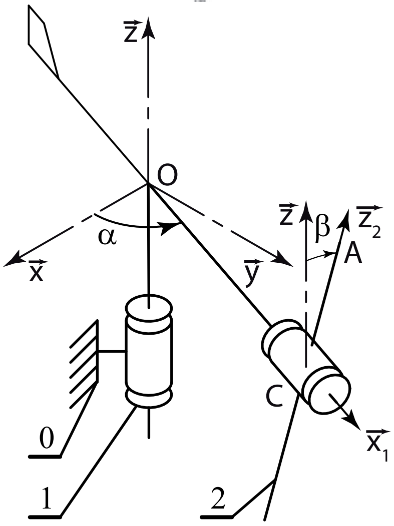




3.3 Utilisation de la représentation symbolique

4 Application : Eolienne

Soit $\Re(O, \overrightarrow{x}, \overrightarrow{y}, \overrightarrow{z})$ un repère lié au support 0 d'une éolienne. La girouette 1 a une liaison pivot d'axe $(O, \overrightarrow{z})$ avec le support 0.
Soit $\Re_1(O, \overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{z})$ un repère liée à la girouette 1. On pose $\alpha = (\overrightarrow{x}, \overrightarrow{x_1}) = (\overrightarrow{y}, \overrightarrow{y_1})$ autour de $\overrightarrow{z}$.
L'hélice 2 a une pivot d'axe $(C, \overrightarrow{x_1})$ avec la girouette 1, tel que $\overrightarrow{OC} = a.\overrightarrow{x_1}$ (a est une constante positive).
Soit $\Re_2(C, \overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{y_2}, \overrightarrow{z_2})$ un repère lié à l'hélice 2, tel que l'axe $(C, \overrightarrow{z_2})$ soit confondu avec l'axe (AB) de la pale de l'hélice. On pose $\overrightarrow{CA} = b.\overrightarrow{z_2}$ (b est une constante positive) et $\beta = (\overrightarrow{z}, \overrightarrow{z_2})$.



1. Surligner en couleur le schéma cinématique : chaque solide sera représenté d'une couleur différente.
2. Tracer le graphe de liaison
3. Tracer les figures d'orientation associées à chaque liaison pivot, en faisant apparaitre les paramètres du mouvement α et β.
4. Exprimer le vecteur position du point C dans $\Re$
5. Exprimer le vecteur position du point A dans $\Re_1$
6. Exprimer le vecteur position du point A dans $\Re$