# MODELISATION ET PARAMETRAGE DES MECANISMES

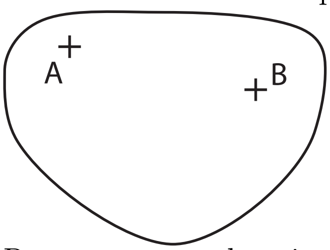
## 1 Définitions

### 1.1 Mécanisme

On appelle un mécanisme un ensemble de pièces ou solides mécaniques liés entre eux afin de réaliser une fonction.


### 1.2 Solide indéformable

Un solide est indéformable si quelques soient deux points $A$ et $B$, la distance $AB$ reste constante au cours du temps $t$.




$$\forall A, B \in \mathbf{S} \text{ et } \forall t : AB = cst$$

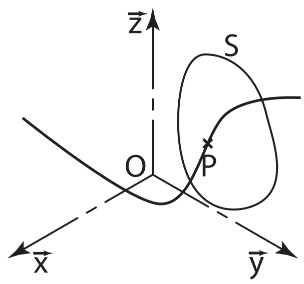
Remarque : par la suite, tout solide est considéré comme indéformable.

### 1.3 Position d'un point

Soit $P(t)$ un point en mouvement par rapport à un repère $\Re(O, \overrightarrow{x}, \overrightarrow{y}, \overrightarrow{z})$. Le vecteur position du point $P$, dans le repère $\Re$, à la date $t$ est le vecteur :

$$\overrightarrow{OP} = x(t)\overrightarrow{x} + y(t)\overrightarrow{y} + z(t)\overrightarrow{z}$$

Le triplet $(x, y, z)$ est appelé coordonnées cartésienne de $P$ dans $\Re$.
L'unité de la norme de $\overrightarrow{OP}$ est le mètre, $m$.




### 1.4 Trajectoire

Au cours du mouvement, le point $P$ décrit, par ses positions successives dans $\Re$, une courbe appelée *trajectoire*, notée $T(P/\Re)$.

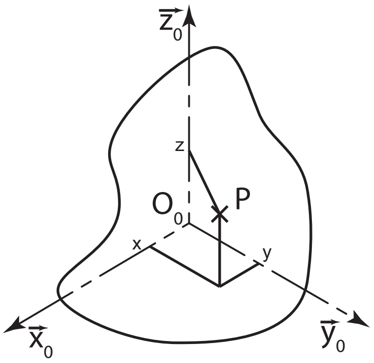
### 1.5 Notions de point

En mécanique, on considère deux types de points :

1. un point $P$ appartenant à un solide $S$. Il est fixe par rapport à celui-ci. Soit $\Re$ le repère associé à $S$, alors $P$ a des coordonnées fixes dans $\Re$.
2. un point $I$, dit géométrique. Il est défini par ses propriétés géométriques. Il peut être mobile dans tous les repères du mécanisme. Ses coordonnées ne sont pas constantes dans un repère considéré.

### 1.6 Repère associé à un solide

On associe à un solide $S_0$ un repère $\Re_0(O_0, \overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{z_0})$ orthonormé direct. Tout point $P$ de $S_0$ est alors défini par ses coordonnées, constante par rapport au temps, dans $\Re_0$




$\overrightarrow{O_0P} = x\overrightarrow{x_0} + y\overrightarrow{y_0} + z\overrightarrow{z_0}, \forall t$

## 2 Mouvements d'un solide par rapport à un autre

### 2.1 Mouvements d'un solide dans l'espace

Considèrons un avion volant par rapport à la terre.
Ses déplacements possibles sont :

-
-
-
-
-
-

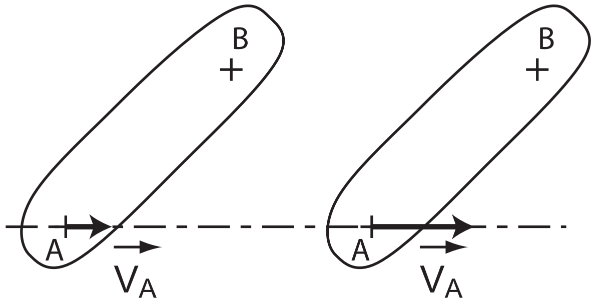
## 2.2 Mouvements particuliers

### 2.2.1 Mouvements de translation

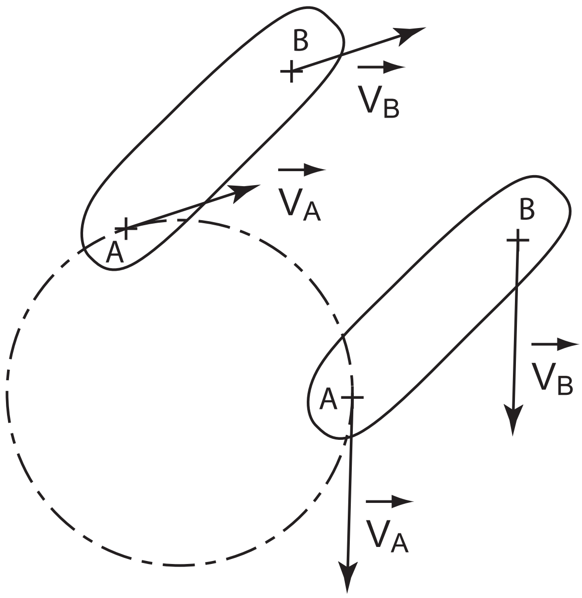
Soit $S$ un solide dont le mouvement est décrit sans faire apparaitre de rotations par rapport à un repère $\Re_0$ de référence : l'orientation de l'objet est constante dans le temps. C'est à dire : $\forall A, B \in \mathbf{S}$ et $\forall t$ : la direction de $(AB)$ est constante.

Ce mouvement est appelé une translation.

Translation rectiligne :
La trajectoire de $A$ est une droite.

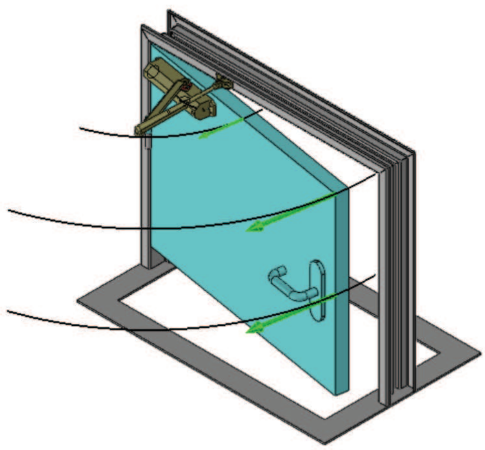



Translation circulaire :
La trajectoire de $A$ est un cercle.




### 2.2.2 Mouvement de rotation autour d'un axe fixe

Soit $S$ un solide dont le mouvement $\forall t$ est défini dans un repère de référence $\Re(O, \overrightarrow{x}, \overrightarrow{y}, \overrightarrow{z})$ par :



# 3 Liaison entre deux solides

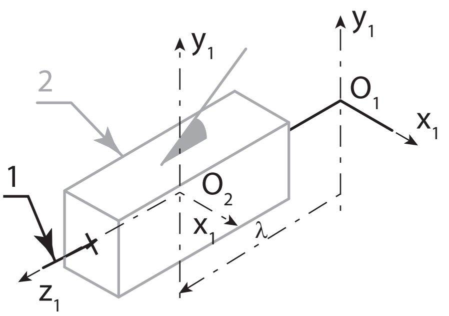
Les contacts entre deux solides limitent leurs mouvements relatifs. Le mouvement de l'un par rapport à l'autre ne peut plus se faire selon les six degrés de liberté (noté ddl).

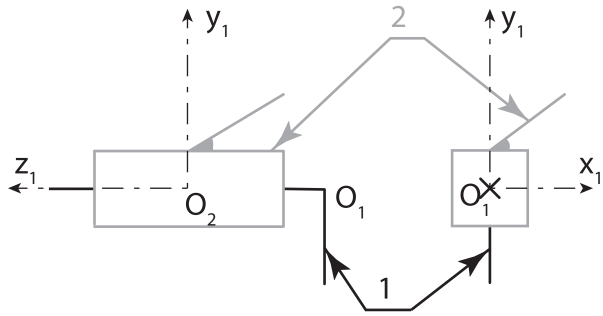
Ces contacts forment une **liaison cinématique** entre les deux solides. Une liaison a au moins 0 degrés de liberté (liaison **encastrement**) et au plus 6 degrés de libertés (liaison **libre**).

## 3.1 Liaison glissière

Soient deux solides $S_1$ fixe et $S_2$ mobile , et $\Re_1(O_1, \overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{z_1})$ et $\Re_2(O_2, \overrightarrow{x_2}, \overrightarrow{y_2}, \overrightarrow{z_2})$ leur repère associé. $S_2$ est animé d'un mouvement de translation si $B_1(\overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{z_1})$ et $B_2(\overrightarrow{x_2}, \overrightarrow{y_2}, \overrightarrow{z_2})$ restent confondues. La translation est dite rectiligne si $O_2$ se déplace selon une direction, par exemple $\overrightarrow{z_1}$. Alors $\overrightarrow{O_1O_2} = \lambda\overrightarrow{z_1}$. $\lambda$ est le paramètre du déplacement.

On dit que $S_1$ et $S_2$ sont liés par une liaison glissière de direction $(\overrightarrow{z_1})$, symbolisé par :

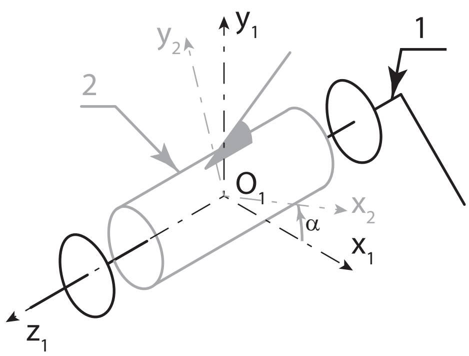


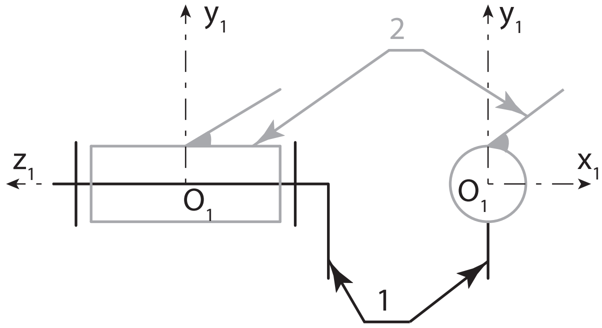




## 3.2 Liaison pivot

Soient deux solides $S_1$ fixe et $S_2$ mobile , et $\Re_1(O_1, \overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{z_1})$ et $\Re_2(O_2, \overrightarrow{x_2}, \overrightarrow{y_2}, \overrightarrow{z_2})$ leur repère associé. Si $O_1$ et $O_2$, d'une part, $\overrightarrow{z_1}$ et $\overrightarrow{z_2}$ d'autre part restent confonus, alors le mouvement possible entre $S_1$ et $S_2$ est une rotation des vecteurs $\overrightarrow{x_2}$ et $\overrightarrow{y_2}$ autour de l'axe $(O_1, \vec{z_1}) = (O_2, \overrightarrow{z_2})$. Elle se définit par un angle $\alpha$ orienté autour de $\overrightarrow{z_1}$, tel que $\alpha = (\overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{x_2}) = (\overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{y_2})$. $\alpha$ est appelé paramètre du déplacement.

On dit que $S_1$ et $S_2$ sont liés par une liaison pivot d'axe $(O_1, \overrightarrow{z_1})$, symbolisé par :



## 3.3 Utilisation de la représentation symbolique

# 4 Application : Eolienne

Soit $\Re(O,\overrightarrow{x},\overrightarrow{y},\overrightarrow{z})$ un repère lié au support 0 d'une éolienne. La girouette 1 a une liaison pivot d'axe $(O,\overrightarrow{z})$ avec le support 0.
Soit $\Re_1(O,\overrightarrow{x_1},\overrightarrow{y_1},\overrightarrow{z})$ un repère liée à la girouette 1. On pose $\alpha=(\overrightarrow{x},\overrightarrow{x_1})=(\overrightarrow{y},\overrightarrow{y_1})$ autour de $\overrightarrow{z}$.
L'hélice 2 a une pivot d'axe $(C,\overrightarrow{x_1})$ avec la girouette 1, tel que $\overrightarrow{OC}=a.\overrightarrow{x_1}$ ($a$ est une constante positive).
Soit $\Re_2(C,\overrightarrow{x_1},\overrightarrow{y_2},\overrightarrow{z_2})$ un repère lié à l'hélice 2, tel que l'axe $(C,\overrightarrow{z_2})$ soit confondu avec l'axe $(AB)$ de la pale de l'hélice. On pose $\overrightarrow{CA}=b.\overrightarrow{z_2}$ ($b$ est une constante positive) et $\beta=(\overrightarrow{z},\overrightarrow{z_2})$.

1. Surligner en couleur le schéma cinématique : chaque solide sera représenté d'une couleur différente.
2. Tracer le graphe de liaison
3. Tracer les figures d'orientation associées à chaque liaison pivot, en faisant apparaitre les paramètres du mouvement $\alpha$ et $\beta$.
4. Exprimer le vecteur position du point $C$ dans $\Re$
5. Exprimer le vecteur position du point $A$ dans $\Re_1$
6. Exprimer le vecteur position du point $A$ dans $\Re$