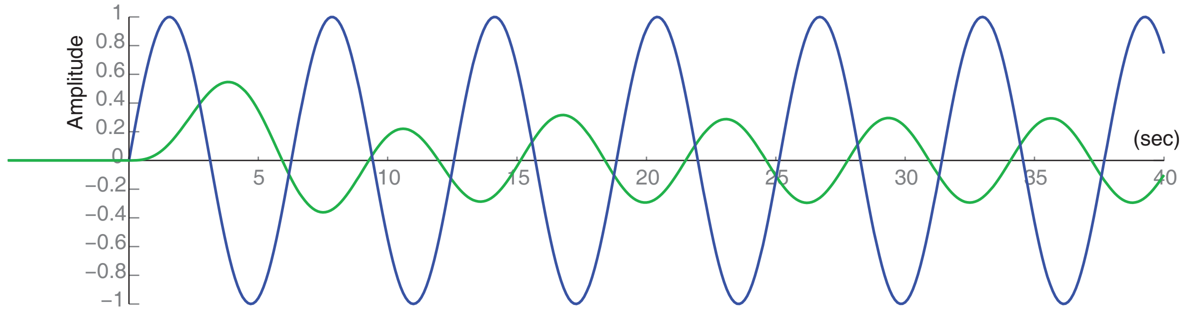
Comportements et performances fréquentiels

1 Comportement fréquentiel

1.1 Introduction

1.1.1 Variable de Laplace et pulsation

La notion de pulsation se réfère à un signal périodique. Observons la réponse temporelle d'un système du deuxième ordre à un signal périodique.

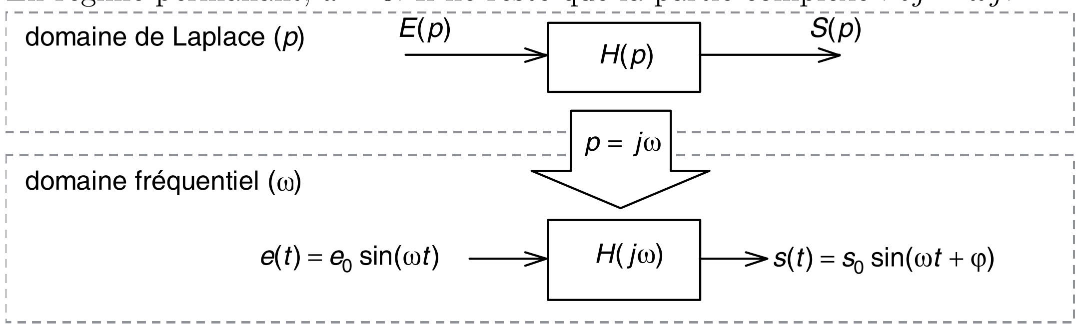


En régime permanant, on peut mettre en évidence un gain et une phase.

p est une variable complexe : $\mathbf{p} = a + bj$, où a (la partie réelle) renvoie au comportement temporel (évolution du régime transitoire) et b (la partie complexe) au régime oscillant.

(On démontre que a et b sont homogènes à t^{-1})

En régime permanant, $a = 0$. Il ne reste que la partie complexe : $bj = \omega j$.



1.1.2 Représentations graphiques

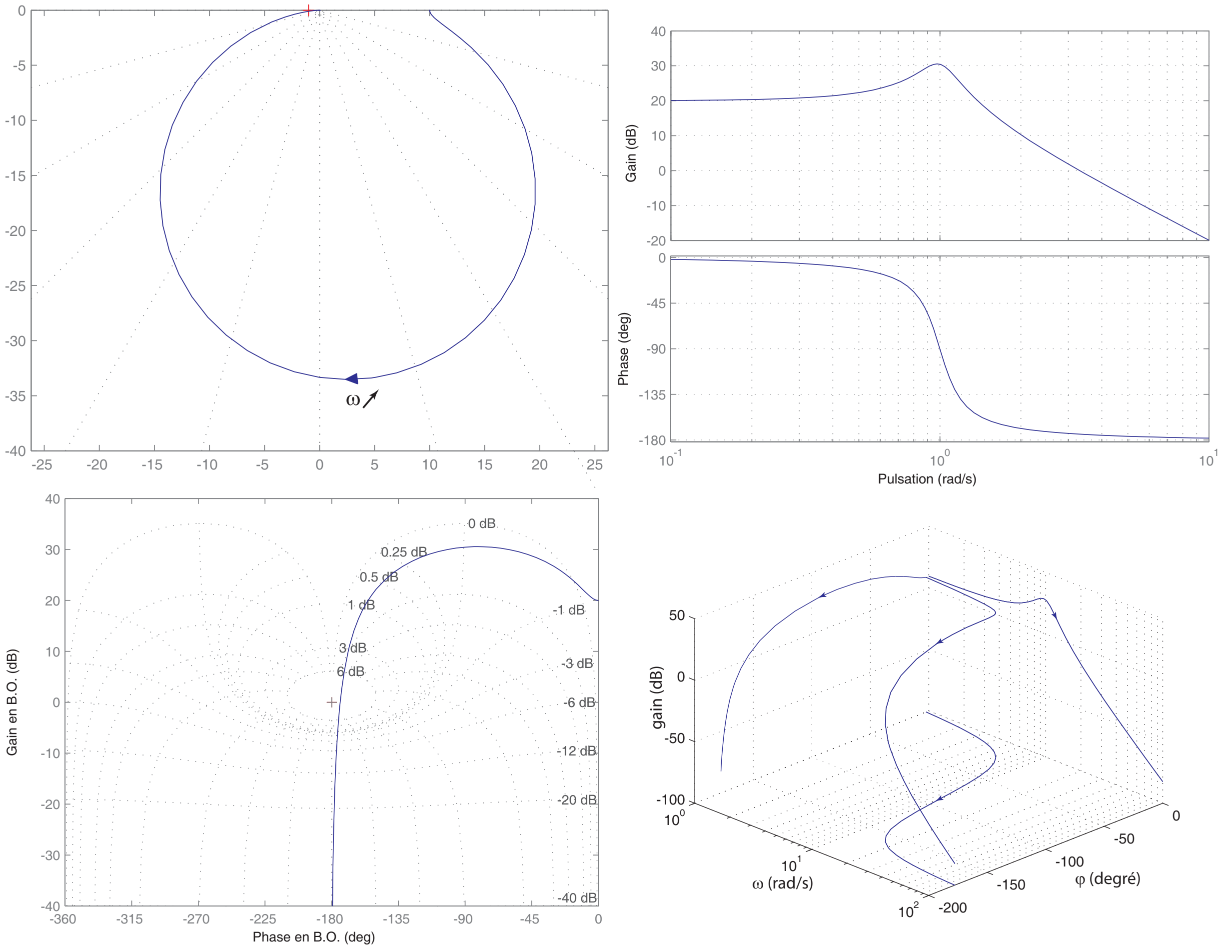
Il existe trois types de représentations graphiques du comportement fréquentiel :

— le diagramme de Nyquist (représentation de $H(\omega)$ dans le plan complexe)

— le diagramme de Bode : deux courbes complémentaires (Gain en dB et phase) avec en abscisse ω en échelle logarithmique ;

— le diagramme de Black-Nichols (à tracer dans une abaque de Black) (une courbe avec en abscisse la phase et en ordonnée le Gain en dB)

Ces trois représentations sont correspondantes.



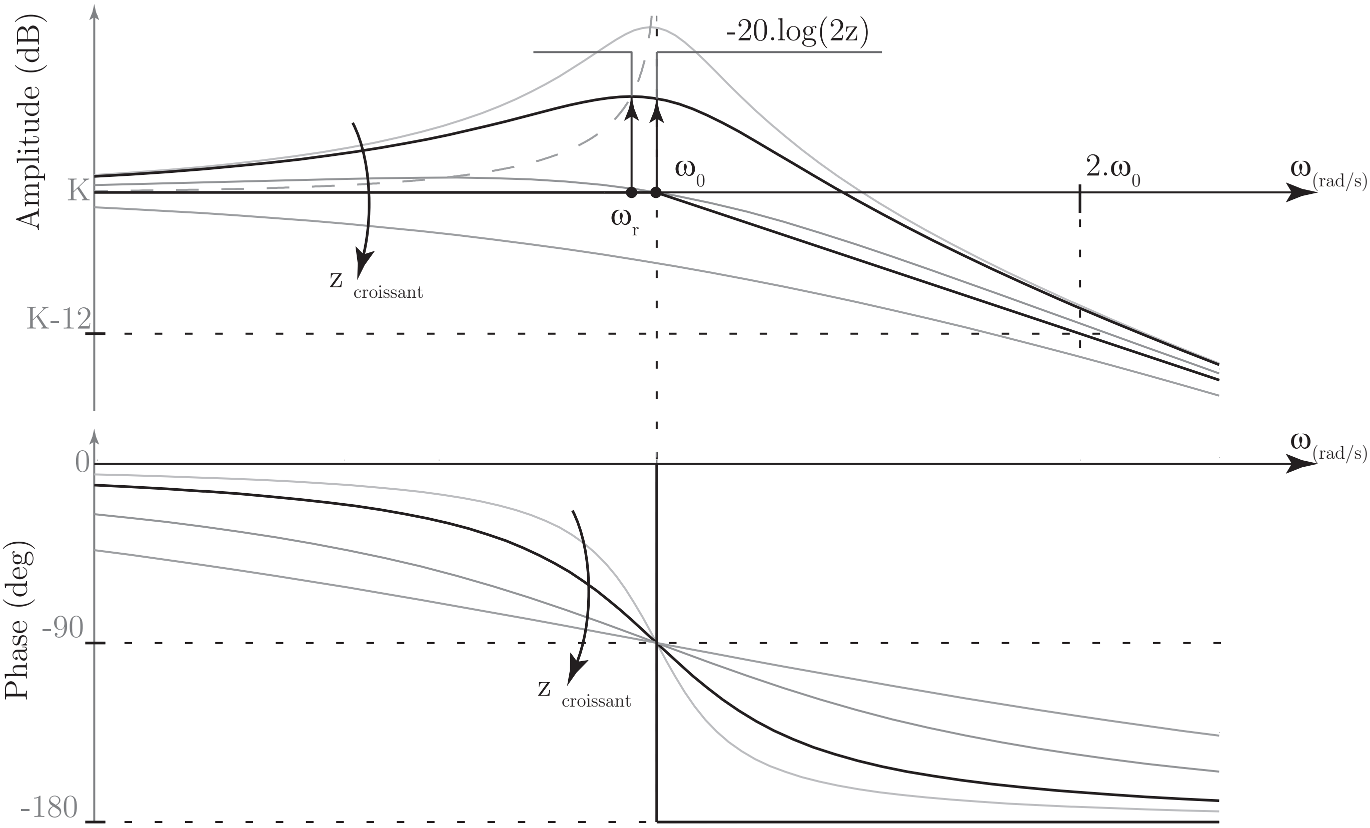
1.2 Premier ordre canonique

$H(\mathbf{p}) = \frac{K}{1+\tau\mathbf{p}}$ Donc $H(\omega.j) = \frac{K}{1+\tau\omega.j}$

1.3 Deuxième ordre canonique

$$H(\mathbf{p}) = \frac{K}{1 + \frac{2z}{\omega_0}\mathbf{p} + \frac{\mathbf{p}^2}{\omega_0^2}} \text{ Donc } H(\omega.j) = \frac{K}{1 + \frac{2z}{\omega_0}\omega.j - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}}$$

Diagramme de Bode : résumé d'un 2ème ordre



1.4 Comportement fréquentiel de :

1.4.1 un intégrateur

$$H(\mathbf{p}) = \frac{1}{\mathbf{p}} \text{ Donc } H(\omega j) = \frac{1}{\omega j}$$

$$\begin{aligned} G(\omega)_{dB} &= \left|H(\omega j)\right|_{dB} = 20\log\frac{1}{\omega} = -20\log\omega \\ \varphi(\omega) &= \arg H(\omega j) = -90° \end{aligned}$$

1.4.2 un dérivateur

$$H(\mathbf{p}) = \mathbf{p} \text{ Donc } H(\omega j) = \omega j$$

$$\begin{aligned} G(\omega)_{dB} &= \left|H(\omega j)\right|_{dB} = 20\log\omega \\ \varphi(\omega) &= \arg H(\omega j) = 90° \end{aligned}$$

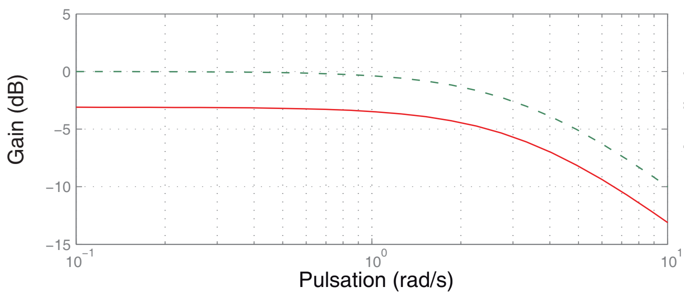
2 Performances fréquentielles

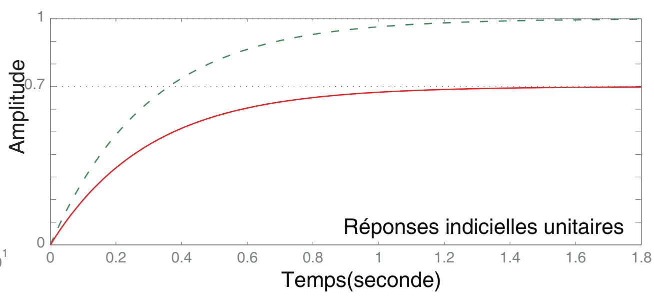
2.1 Précision et gain en basses fréquences

Un échelon $e(t)$ est un signal continu pour $t > 0$. Il peut être approximé par un cosinus de période infinie : $e(t) = A\cos(\omega.t) \cdot u(t)$, où $\omega \rightarrow 0$.

La précision est définie par l'erreur $\varepsilon(t))$, la différence entre la sortie $s(t)$ et l'entrée $s(t)$. Elle sera nulle si $\frac{s(t)}{e(t)} = 1$

Un système asservi sera précis (erreur statique faible) si son gain en basses fréquences est proche de $0dB$. $G_{dB} \approx 0dB$.





Autrement dit, un système précis a une représentation dans le diagramme de Bode sous la forme d'un passe-bas de gain $0dB$.

2.2 Rapidité et bande passante à $-XdB$

La bande passante à $-XdB$ d'une fonction de transfert $H(\omega j)$ d'un système asservi est l'intervalle de fréquences pour laquelle le gain $|H(\omega j)|$ est supérieur au gain maximum moins X décibels.

Une bande-passante à fréquences élevées traduit la capacité d'un système à suivre une excitation "rapide".