Exercice 1: Manipulation de polynômes :

Soit $D(p)$ le polynome de variable complexe $p \in \mathbb{C}$:

$$D(p) = 1 + \frac{2z}{\omega_0}p + \frac{p^2}{\omega_0^2}$$

1) Pour $z > 1$, déterminer les racines de $D(p)$;

En déduire l'expression de τ_1 et τ_2 tels que $D(p) = (1 + \tau_1 \cdot p)(1 + \tau_2 \cdot p)$.

2) Pour $0 < z < 1$, déterminer les racines de $D(p)$;

Représenter les racines dans le plan complexe en fonction de z et ω_0.

On note p_1 et p_2 ces deux racines complexes. On introduit $y(t)$:

$$y(t) = e^{p_1 t} + e^{p_2 t}$$

3) Exprimer $y(t)$ à l'aide de fonctions trigonométriques définies sur $\mathbb{R}$.

Exercice 2: Asservissement en vitesse

Le robot Colossus est un robot d'intervention et d'assistance technique destiné aux interventions dans les zones dangereuses, utilisé notamment par les pompiers.

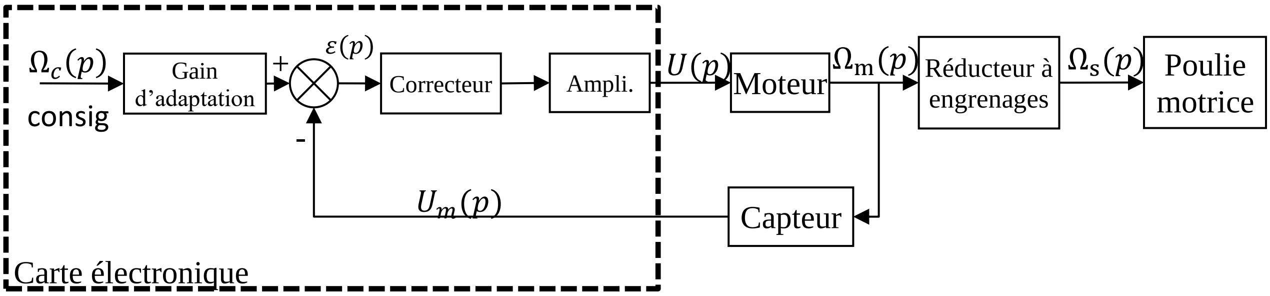
L'objet d'étude est la chaine fonctionnelle qui asservit la vitesse de rotation des chenilles d'avance.

FONCTION		Critères d'appréciation	Niveau
FP1	**Faire tourner la poulie motrice d'une chenille**	Stabilité : amortissement	0,7
		Rapidité : Temps de réponse à 5%	0,5s
		Précision :	
		• Erreur statique :	0%
		• Erreur de trainage à 5 rad/s^2	0,5 rad/s

1) Présentation de l'asservissement complet

La structure organique de l'asservissement nécessaire est décrite ci-dessous. L'actionneur est un moteur électrique à courant continu, alimenté par un amplificateur de tension. Ce dernier reçoit d'ordre de pilotage d'un correcteur réglable.

La rotation du moteur est transmise à la poulie motrice par l'intermédiaire d'un réducteur de vitesse à engrenage.

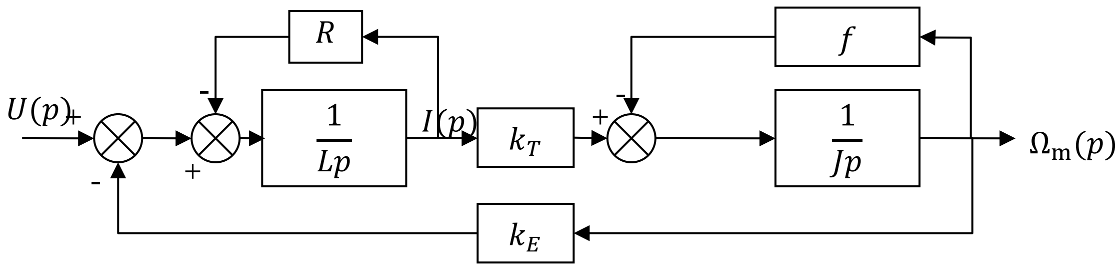


Où Ω_C est la vitesse de consigne et Ω_S est la vitesse de la poulie motrice.

Le réducteur à engrenage est à considérer comme un gain pur de valeur : k_r=10.
Le capteur utilisé est une génératrice tachymétrique de sensibilité : $k_C = 0{,}5\ V/(rad/s)$.
Le préactionneur est un amplificateur de tension (de type hacheur) de gain : $k_h = 10\ V/V$.
La fonction de transfert du correcteur est $H_c(p) = C$ constante réglable.
Le gain d'adaptation réglable est noté k_a.

2) Etude de l'actionneur

Le moteur à courant continu est donné par son schéma bloc :



Où :
$U(p)$: tension d'alimentation du moteur ;
$I(p)$: courant d'alimentation du moteur ;
$\Omega_m(p)$: vitesse de rotation du moteur.

On donne les valeurs numériques associées.

Kt	=	0,03	Nm/A
Ke	=	0,03	V/(rad/s)
f	=	1.10^{-06}	Nm/(rad/s)
R	=	0,1	Ω
L	=	0,161	mH
J	=	4.10^{-04}	kg.m²

Q1. Déterminer sa fonction de transfert du moteur $H_m(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U(p)}$: ordre, expression canonique, expressions des constantes caractéristiques en fonction des données.

Q2. A quelle condition la fonction de transfert peut s'écrire :

$$H_m(p) = \frac{k_m}{1 + \frac{2z_m}{\omega_{0m}}p + \frac{p^2}{\omega_{0m}^2}} = \frac{k_m}{(1+\tau_1 p)(1+\tau_2 p)}$$

Préciser les valeurs de τ_1 et τ_2.

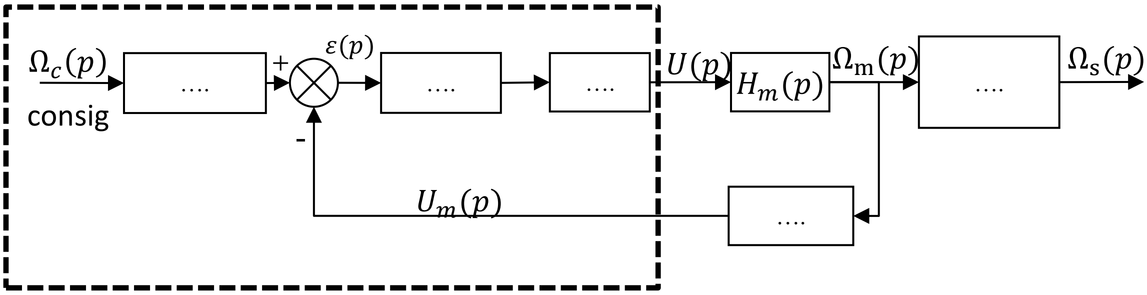
Pour la suite, on prendra $\tau_1 = 1{,}7\ ms$, τ_2 =42,8 ms et $k_m = 33{,}3\ rad/s/V$

Q3. Déterminer les valeurs ω_{0m} et z_m.

3) Performance de l'asservissement

a/ Modèle

Q4. Compléter ci-dessous le schéma bloc du système asservi en faisant apparaitre la fonction de transfert de chacun des blocs.



Q5. Déterminer k_a, le gain d'adaptation de façon à ce que l'erreur soit nulle si Ω_s est égale à la consigne Ω_c.

Q6. Tracer le schéma bloc à retour unitaire et exprimer H_{bo}(p) la fonction de transfert en boucle ouverte, en fonction de C, k_C, k_h, k_m, z_m et ω_{0m}.

Q7. Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée H_{bf}(p) ; exprimer ses constantes caractéristiques.

b/ Etude de la stabilité

Q8. Pour C=1, calculer les constantes caractéristiques de H_{bf}(p).

Q9. En utilisant les pôles de la fonction de transfert en boucle fermée, justifier que l'asservissement soit stable.

Q10. Y a-t-il des oscillations ? Le critère de performance en stabilité est-il atteint ? Si non, quelle valeur de C permet d'atteindre cette performance ?

c/ Etude de la rapidité

Q11. Déterminer le temps de réponse pour la nouvelle valeur de C (voir Document réponse 1.)

Q12. La performance en rapidité est-elle atteinte ?

d/ Etude la précision

Q13. Pour une amplitude en échelon de consigne de 10 rad/s, déterminer l'erreur statique. En déduire l'erreur statique relative.

Q14. Pour une consigne en rampe à 5 rad/s², déterminer l'erreur de trainage.

Q15. Conclure sur le respect des performances en précision

4) Amélioration de la précision

Pour améliorer la précision, un type de correcteur est choisi : il s'agit d'un correcteur « proportionnel – intégral » de fonction de transfert :

$$H_C(p) = C + \frac{I}{p} = \frac{Cp + I}{p}$$

Où :

$$C = 1{,}18.10^{-04}$$
$$I = 0{,}0708\ rad/s$$

Q16. Donner l'expression de la nouvelle fonction de transfert en boucle ouverte.

Un calcul numérique est utilisé pour calculer les pôles de la nouvelle fonction de transfert en boucle fermée. Ils valent :

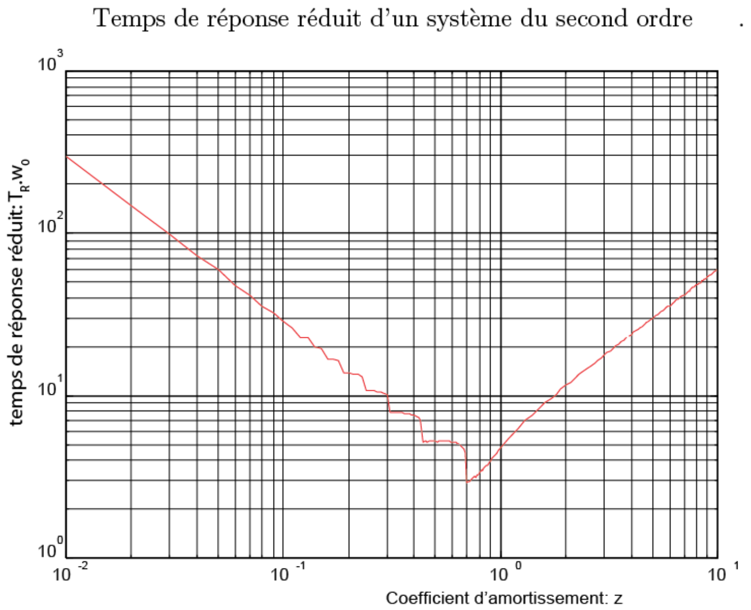
- $-597{,}74$
- $-11{,}69 + 11{,}80j$
- $-11{,}69 - 11{,}80j$

Q17. Le système est-il asymptotiquement stable ?

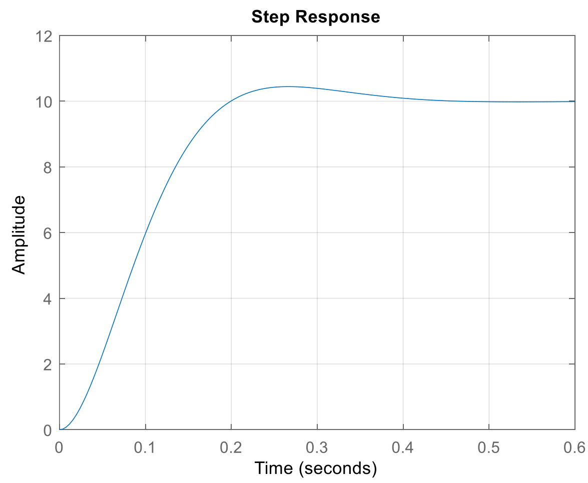
Q18. Déterminer l'erreur statique et l'erreur de trainage avec ce nouveau correcteur. Conclure sur le respect du cahier des charges

Q19. Le Document réponse 2 est un résultat de simulation. La performance en rapidité est-elle vérifiée ?

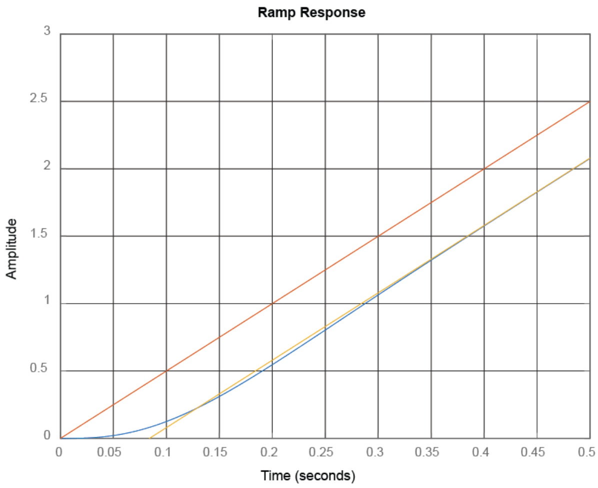
Document réponse 1



Document réponse 2



Réponse à une consigne en échelon de 10 rad/s



Réponse à une consigne en rampe de pente 5 rad/s²