

Le mythe du Brahmane Sissa

La légende la plus célèbre sur l'origine du jeu d'échecs raconte l'histoire d'un roi légendaire des Indes (appelé Balhait ou Shihram suivant les versions de la légende) qui cherchait à tout prix à tromper son ennui. Il promet donc une récompense exceptionnelle à qui lui proposerait une distraction qui le satisferait. Lorsque le sage Sissa, fils du Brahmane Dahir, lui présenta le jeu d'échecs, le souverain, enthousiaste, demanda à Sissa ce que celui-ci souhaitait en échange de ce cadeau extraordinaire.



Humblement, Sissa demanda au prince de déposer un grain de riz sur la première case, deux sur la deuxième, quatre sur la troisième, et ainsi de suite pour remplir l'échiquier en doublant la quantité de grain à chaque case. Le prince accorda immédiatement cette récompense en apparence modeste, mais son conseiller lui expliqua qu'il venait de signer la mort du royaume car les récoltes de l'année ne suffiraient à s'acquitter du prix du jeu.

En effet, sur la dernière case de l'échiquier, il faudrait déposer 2^{63} graines, soit plus de neuf milliards de milliards de grains (9 223 372 036 854 775 808 grains précisément), et y ajouter le total des grains déposés sur les cases précédentes, ce qui fait un total de 18 446 744 073 709 551 615 grains ou bien plus de 1000 fois la production mondiale de 2012 ou alors, 31 fois le PIB mondial de 2014 au prix du grain de riz actuel en France !

Q1: Justifier que la dernière case corresponde à 2^{63} grain de riz. A combien de grain de riz corresponde la $n^{\text{ème}}$ case ?

Q2: Justifier que le nombre total de grain de riz soit :

$$18\ 446\ 744\ 073\ 709\ 551\ 615 = 2^{64} - 1$$

Q3: A l'aide d'une calculatrice, est-il possible de retrouver précisément ce nombre ?

Q4: Quelles cases doivent être remplies pour qu'il y ait, sur l'échiquier, exactement :

- 5 grains de riz ?
- 38 grains de riz ?
- 511 grains de riz ?